



Kapitel C: Bruchrechnen

Begriffe

$$\frac{4}{5} \quad \begin{array}{l} \text{Zähler} \\ \hline \text{Nenner} \end{array} \quad \text{Bruchstrich}$$

$$\frac{4}{5}, \frac{1}{4}, \frac{3}{40} \quad \text{sind echte Brüche} \quad \text{Zähler} < \text{Nenner}$$

$$\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{17}{7} \quad \text{sind unechte Brüche} \quad \text{Nenner} > \text{Zähler}$$

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}, \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}, \frac{17}{7} = 2\frac{3}{7} \quad \text{gemischte Zahlen}$$

Der Bruchstrich entspricht dem Divisionszeichen (geteilt durch)

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 4 \div 5 = \frac{4}{5}$$

Kürzen und Erweitern

Beim **Kürzen** werden Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl geteilt; der Wert des Bruches ändert sich dadurch nicht.

$$\frac{20}{25} \quad \begin{array}{l} : 5 \\ : 5 \end{array} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\cancel{3} \cdot 4}{5 \cdot \cancel{3}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\cancel{4} \cdot \cancel{1} \cdot 3 \cdot \cancel{15}}{\cancel{20} \cdot \cancel{5}} = \frac{3 \cdot 3}{1} = \frac{9}{1} = 9$$

Beim **Erweitern** von Brüchen werden Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert, der Wert des Bruches wird dabei nicht verändert.

$$\frac{7}{8} \text{ mit } 2 \text{ erweitern} \rightarrow \frac{7 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{14}{16} \quad / \quad 4\frac{1}{2} \text{ mit } 4 \text{ erweitern} \rightarrow 4\frac{1}{2} = \frac{9}{2} \rightarrow \frac{9 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{36}{8}$$



Aufgaben

1. Kürzen Sie folgende Brüche!

a) $\frac{6}{8}$

b) $\frac{16}{24}$

c) $\frac{45}{180}$

d) $\frac{3}{18}$

e) $\frac{2 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 8}{3 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 6}$

f) $\frac{6 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 4}{8 \cdot 16 \cdot 18 \cdot 3}$

g) $\frac{120 \cdot 36 \cdot 9}{240 \cdot 180 \cdot 12}$

2. Erweitern Sie folgende Brüche!

a) $\frac{7}{8}$ mit 5

b) $\frac{16}{23}$ mit 3

c) $3\frac{1}{9}$ mit 21

d) $1\frac{5}{7}$ mit 7

Vorzeichenregeln

Bei Brüchen mit gleichen Vorzeichen ist das Ergebnis positiv. Bei Brüchen mit ungleichen Vorzeichen ist das Ergebnis negativ.

$$\frac{5}{10} = \frac{+5}{+10} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad \rightarrow \quad \frac{(+)}{(+)} = (+)$$

$$\frac{-5}{-10} = + \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad \rightarrow \quad \frac{(-)}{(-)} = (+)$$

$$\frac{5}{-10} = + \frac{+5}{-10} = - \frac{1}{2} = -0.5 \quad \rightarrow \quad \frac{(+)}{(-)} = (-)$$

$$\frac{-5}{10} = + \frac{-5}{+10} = - \frac{1}{2} = -0.5 \quad \rightarrow \quad \frac{(-)}{(+)} = (-)$$

Aufgaben

3. Kürzen Sie folgende Brüche!

a) $\frac{2}{8}$

b) $\frac{-6}{-8}$

c) $\frac{-6}{8}$

d) $\frac{6}{-8}$

e) $\frac{24}{-6}$

f) $\frac{-9}{-72}$

g) $\frac{-18}{9}$

h) $\frac{-16}{-24}$

Gleichnamige und ungleichnamige Brüche

Gleichnamige Brüche haben einen gleichen Nenner:

zB. $\frac{5}{8}$ und $\frac{9}{8}$

Ungleichnamige Brüche haben ungleiche Nenner:

zB. $\frac{5}{8}$ und $\frac{1}{3}$



Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Gleichnamige Brüche werden addiert und subtrahiert, indem man die Zähler addiert beziehungsweise subtrahiert.

$$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8} \qquad \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

Ungleichnamige Brüche werden addiert und subtrahiert indem:

1. die Nenner durch Erweitern gleichnamig gemacht werden. Dazu wird der kleinste gemeinsame Nenner gesucht.
2. die Zähler addiert beziehungsweise subtrahiert werden

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} - \frac{2}{8} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} - \frac{2 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{18}{24} + \frac{4}{24} - \frac{6}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Aufgaben

4. Berechnen Sie folgende Additionen beziehungsweise Subtraktionen!

$$\text{a) } \frac{3}{7} + \frac{2}{7} \qquad \text{b) } \frac{4}{16} + \frac{7}{16} - \frac{3}{16} \qquad \text{c) } \frac{17}{9} - \frac{8}{9} - \frac{3}{9} \qquad \text{d) } \frac{27}{28} - \frac{8}{28} + \frac{36}{28}$$

$$\text{e) } \frac{7}{8} + \frac{2}{6} \qquad \text{f) } \frac{7}{3} + \frac{2}{6} + \frac{4}{9} \qquad \text{g) } \frac{9}{7} - \frac{3}{5} + \frac{1}{35} \qquad \text{h) } \frac{6}{10} - \frac{3}{9} + \frac{1}{5}$$

$$\text{i) } 4\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \qquad \text{k) } 3\frac{9}{12} - \frac{1}{2} \qquad \text{l) } 5\frac{2}{6} - 2\frac{1}{3} \qquad \text{m) } 2\frac{2}{6} + 2\frac{5}{6} - 3\frac{1}{3}$$

Multiplizieren von Brüchen

Brüche werden multipliziert, indem man die Zähler miteinander und die Nenner miteinander multipliziert.

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 2}{8 \cdot 5 \cdot 1} = \frac{40}{40} = 1$$

Durch Kürzung kann die Multiplikation von Brüchen vereinfacht werden.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}} \cdot \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{8}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}} \cdot 1} = \frac{1}{1} = 1$$



Dividieren von Brüchen

Brüche werden dividiert, indem man sie mit dem Kehrwert des zweiten, dritten u.s.w. Bruches multipliziert.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10} = 1 \frac{2}{10} = 1 \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} \div \frac{3}{8} \div 2 = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{2}{\cancel{6}} \cdot 8 \cdot 1}{\cancel{3} \cdot 1 \cdot 3 \cdot \cancel{2}} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

Aufgaben

5. Berechnen Sie folgende Multiplikationen bzw. Divisionen!

a) $\frac{6}{10} \cdot \frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6}$

c) $\frac{1}{15} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9}$

d) $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{49} \cdot \frac{5}{7}$

e) $\frac{2}{3} \div \frac{6}{9}$

f) $\frac{4}{15} \div \frac{15}{30}$

g) $5 \div \frac{1}{3}$

h) $4 \frac{1}{2} \div 2 \frac{3}{4} \div \frac{5}{6} \div 1 \frac{4}{5}$

Dezimalbrüche

Bei Dezimalbrüchen werden die ganzen Zahlen durch einen Punkt von den Dezimalstellen getrennt.

Beispiele: 0.5 4.45 9.48569 120.0045

Einen Bruch wandelt man in einen Dezimalbruch um, indem der Zähler durch den Nenner dividiert wird.

$$\frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0.25$$

$$\frac{3}{11} = 3 \div 11 = 0.\overline{27}$$

(der Überstrich bedeutet periodisch oder unendlich fortsetzend)

Umgekehrt können Dezimalbrüche auch in Brüche umgewandelt werden.

$$0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$0.875 = \frac{\cancel{875}}{\cancel{1000}} = \frac{7}{8}$$

: 125

: 125



Aufgaben

6. Wandeln Sie in einen Dezimalbruch um!

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{9}{15}$ c) $\frac{540}{70}$ d) $\frac{5}{13}$ e) $\frac{16}{5}$ f) $\frac{51}{17}$

7. Wandeln Sie in einen Bruch um!

a) 0.6 b) 0.375 c) 2.5 d) 0.275 e) 0.94 f) 0.025

Lösungen

1. a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{9}$ f) $\frac{1}{16}$ g) $\frac{3}{40}$

2. a) $\frac{35}{40} = \frac{7}{8}$ b) $\frac{16}{23}$ c) $\frac{588}{189} = 3\frac{1}{9}$ d) $\frac{84}{49} = 1\frac{5}{7}$

3. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $-\frac{3}{4}$ d) $-\frac{3}{4}$ e) -4 f) $\frac{1}{8}$ g) -2 h) $\frac{2}{3}$

4. a) $\frac{5}{7}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $1\frac{27}{28}$ e) $1\frac{5}{24}$ f) $3\frac{1}{9}$

g) $\frac{5}{7}$ h) $\frac{7}{15}$ i) $5\frac{1}{3}$ k) $3\frac{1}{4}$ l) 3 m) $1\frac{5}{6}$

5. a) $\frac{9}{25}$ b) $\frac{2}{21}$ c) $\frac{1}{54}$ d) $\frac{27}{28}$

e) 1 f) $\frac{8}{15}$ g) 15 h) $1\frac{1}{11}$

6. a) 0.75 b) 0.6 c) 7.714 d) 0.3846 e) 3.2 f) 3

7. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $2\frac{1}{2}$ d) $\frac{11}{40}$ e) $\frac{47}{50}$ f) $\frac{1}{40}$